

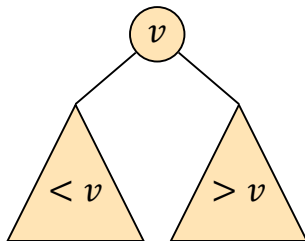


Strukture podataka i algoritmi

leto 2011/12

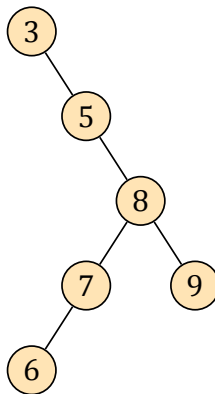
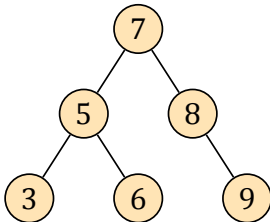
Binarna stabla pretrage

- BSP = binarno stablo + BSP svojstvo
- **BSP svojstvo**: za svaki čvor v ,



Binarna stabla pretrage

■ Primer:

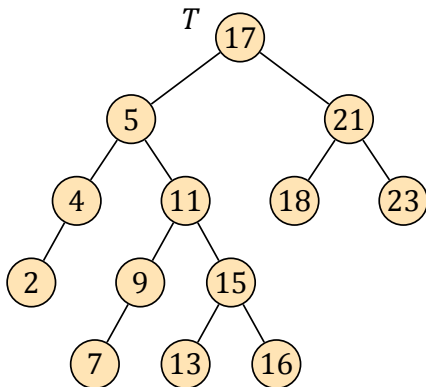


BSP operacije

- **Traženje čvora:** za dato BSP T i dati ključ x , odrediti da li se čvor sa ključem x nalazi u T

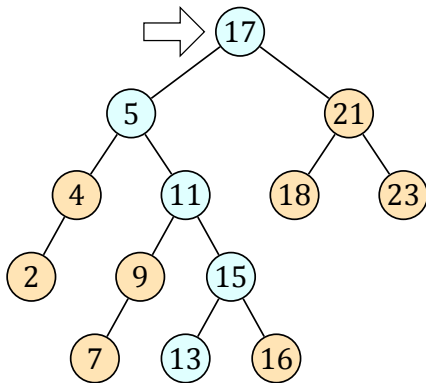
BSP operacije

- **Traženje čvora:** za dato BSP T i dati ključ x , odrediti da li se čvor sa ključem x nalazi u T
- Primer: traženje čvora 13 u datom BSP-u T



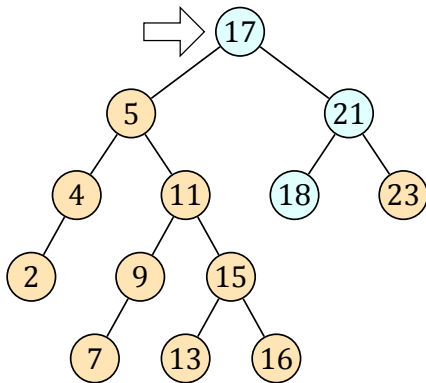
BSP operacije

- Primer: traženje čvora 13 u datom BSP-u T



BSP operacije

- Primer: traženje čvora 20 u datom BSP-u T



BSP operacije

- Algoritam za traženje čvora u BSP-u

```
// Ulaz: čvor  $t$  binarnog stabla pretrage, ključ  $x$ 
// Izlaz: pokazivač na čvor sa ključem  $x$ , ili null
algorithm bst-search( $t$ ,  $x$ )
```

```
    if (( $t == \text{null}$ ) || ( $t.\text{ključ} == x$ )) then
        return  $t$ ;
    else if ( $t.\text{ključ} > x$ ) then
        bst-search( $t.\text{levo}$ ,  $x$ );
    else
        bst-search( $t.\text{desno}$ ,  $x$ );
```


BSP operacije

- Algoritam za traženje čvora u BSP-u

```
// Ulaz: čvor  $t$  binarnog stabla pretrage, ključ  $x$ 
// Izlaz: pokazivač na čvor sa ključem  $x$ , ili null
algorithm bst-search( $t$ ,  $x$ )
```

```
    if (( $t == \text{null}$ ) || ( $t.\text{ključ} == x$ )) then
        return  $t$ ;
    else if ( $t.\text{ključ} > x$ ) then
        bst-search( $t.\text{levo}$ ,  $x$ );
    else
        bst-search( $t.\text{desno}$ ,  $x$ );
```

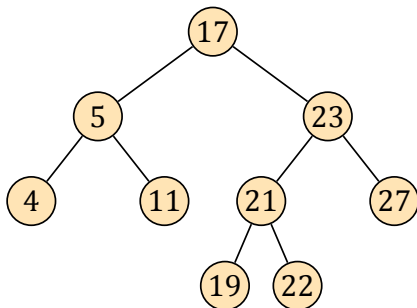
- Vreme izvršavanja: $O(h)$, h – visina stabla

BSP operacije

- Dodavanje čvora: dodati dati čvor p u dato BSP T

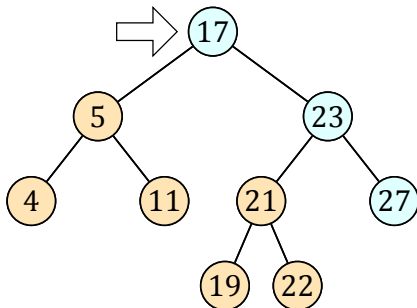
BSP operacije

- **Dodavanje čvora:** dodati dati čvor p u dato BSP T
- Primer: dodavanje čvora 25 u datom BSP-u T



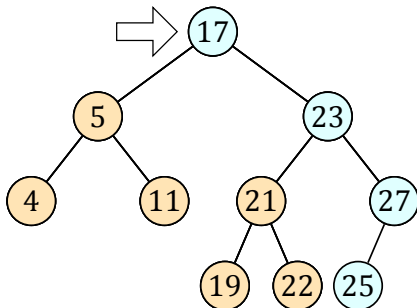
BSP operacije

- **Dodavanje čvora:** dodati dati čvor p u dato BSP T
- Primer: dodavanje čvora 25 u datom BSP-u T



BSP operacije

- **Dodavanje čvora:** dodati dati čvor p u dato BSP T
- Primer: dodavanje čvora 25 u datom BSP-u T



BSP operacije

■ Algoritam za dodavanje čvora

```
// Ulaz: čvor t binarnog stabla pretrage, novi čvor p
// Izlaz: čvor p dodat u podstablo sa korenom t
algorithm bst-insert(t, p)
    if (t == null) then
        t = p;
    else if (p.ključ < t.ključ) then
        t.levo = bst-insert(t.levo, p);
    else if (p.ključ > t.ključ) then
        t.desno = bst-insert(t.desno, p);
    else
        ; // duplikati se ne dodaju

    return t;
```

BSP operacije

■ Algoritam za dodavanje čvora

```
// Ulaz: čvor  $t$  binarnog stabla pretrage, novi čvor  $p$ 
// Izlaz: čvor  $p$  dodat u podstablo sa korenom  $t$ 
algorithm bst-insert( $t$ ,  $p$ )
    if ( $t == \text{null}$ ) then
         $t = p$ ;
    else if ( $p.\text{ključ} < t.\text{ključ}$ ) then
         $t.\text{levo} = \text{bst-insert}(t.\text{levo}, p)$ ;
    else if ( $p.\text{ključ} > t.\text{ključ}$ ) then
         $t.\text{desno} = \text{bst-insert}(t.\text{desno}, p)$ ;
    else
        ; // duplikati se ne dodaju

    return  $t$ ;
```

■ Vreme izvršavanja: $O(h)$, h – visina stabla

BSP operacije

- **Uklanjanje čvora:** ukloniti dati čvor p iz datog BSP-a T

BSP operacije

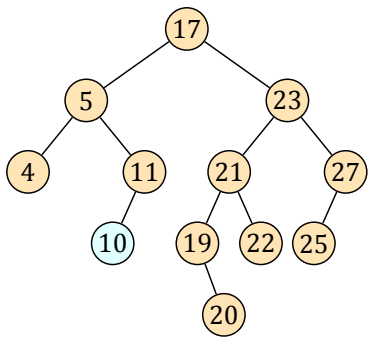
- **Uklanjanje čvora:** ukloniti dati čvor p iz datog BSP-a T
- Čvor p koji se uklanja iz T može biti:
 1. Spoljašnji čvor (list) u T
 2. Unutrašnji čvor u T sa jednim detetom
 3. Unutrašnji čvor u T sa dvoje dece

BSP operacije

- Uklanjanje spoljašnjeg čvora (lista)

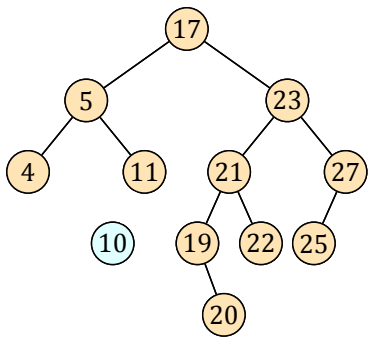
BSP operacije

- Uklanjanje spoljašnjeg čvora (lista)
- Primer: uklanjanje lista 10



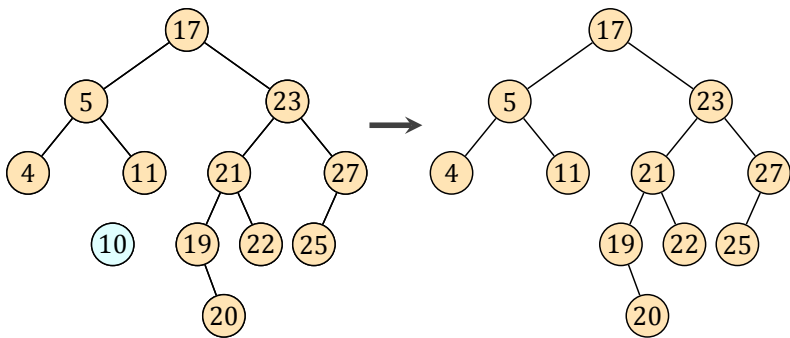
BSP operacije

- Uklanjanje spoljašnjeg čvora (lista)
- Primer: uklanjanje lista 10



BSP operacije

- Uklanjanje spoljašnjeg čvora (lista)
- Primer: uklanjanje lista 10

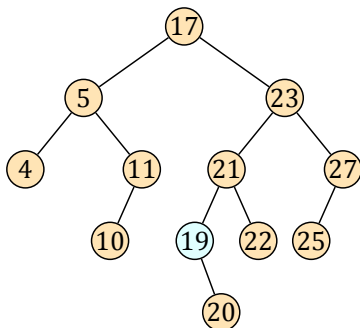


BSP operacije

- Uklanjanje unutrašnjeg čvora sa jednim detetom

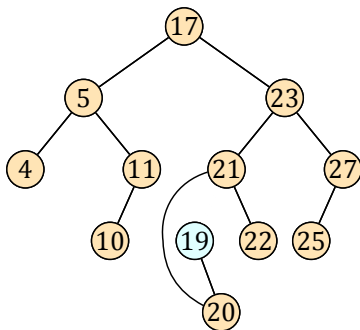
BSP operacije

- Uklanjanje unutrašnjeg čvora sa jednim detetom
- Primer: uklanjanje unutrašnjeg čvora 19



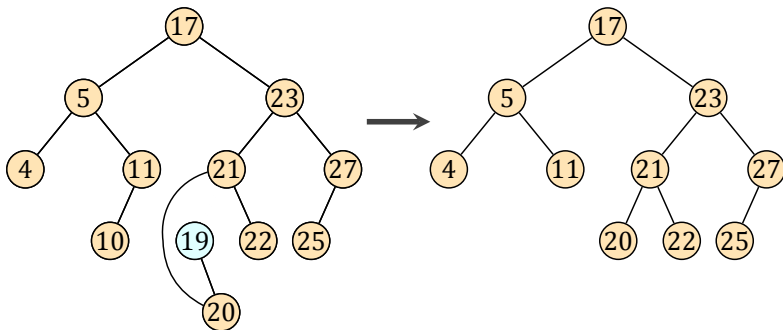
BSP operacije

- Uklanjanje unutrašnjeg čvora sa jednim detetom
- Primer: uklanjanje unutrašnjeg čvora 19



BSP operacije

- Uklanjanje unutrašnjeg čvora sa jednim detetom
- Primer: uklanjanje unutrašnjeg čvora 19

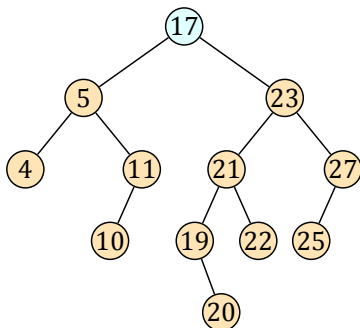


BSP operacije

- Uklanjanje unutrašnjeg čvora sa dvoje dece

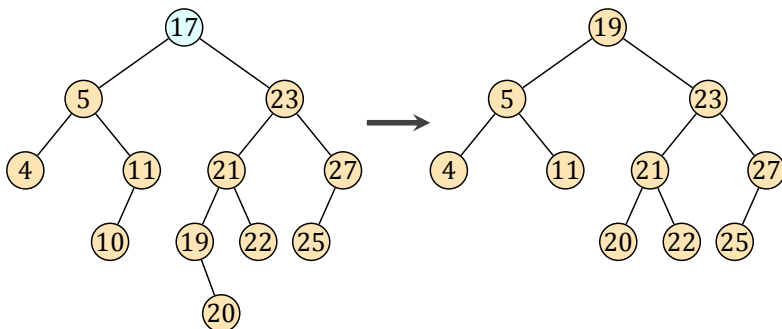
BSP operacije

- Uklanjanje unutrašnjeg čvora sa dvoje dece
- Primer: uklanjanje unutrašnjeg čvora 17



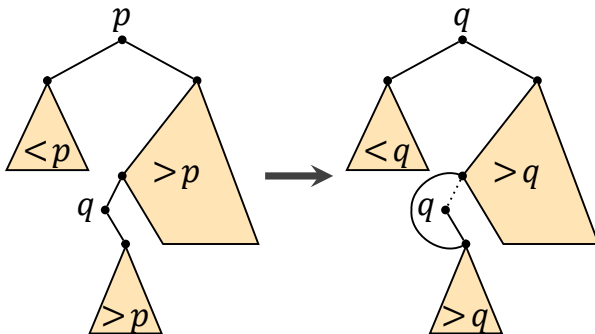
BSP operacije

- Uklanjanje unutrašnjeg čvora sa dvoje dece
- Primer: uklanjanje unutrašnjeg čvora 17



BSP operacije

- Opšti slučaj uklanjanja unutrašnjeg čvora p sa dvoje dece

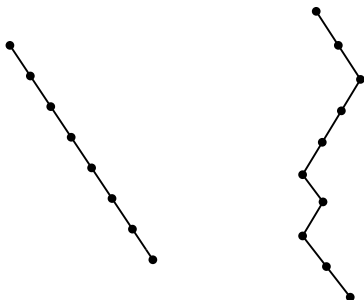


Efikasnost BSP operacija

- Vreme izvršavanja za traženje, dodavanje, uklanjanje čvora: $O(h)$

Efikasnost BSP operacija

- Vreme izvršavanja za traženje, dodavanje, uklanjanje čvora: $O(h)$
- Najgori slučaj: $h = O(n)$



Efikasnost BSP operacija

- Najbolji slučaj: $h = O(\log n)$
- Puno binarno stablo

